二次函数考点专项测试

（时间：90 分钟；满分：120 分）

一、选择题（每小题 5 分，共 35 分）

1．把二次函数 $y=-\frac{1}{4}x^2-x+3$ 用配方法化成 $y=a(x-h)^2+k$ 的形式为（　　）．

A. $y=-\frac{1}{4}(x-2)^2+2$　B. $y=\frac{1}{4}(x-2)^2+4$　C. $y=-\frac{1}{4}(x+2)^2+4$　D. $y=\left(\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}\right)^2+3$

2．抛物线 $y=a(x+1)(x-3)(a\neq 0)$ 的对称轴是直线（　　）．

A．$x=1$　　B．$x=-1$　　C．$x=-3$　　D．$x=3$

3．二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象如图 1 所示，则一次函数 $y=bx+b^2-4ac$ 与反比例函数 $y=\frac{a+b+c}{x}$ 在同一平面直角坐标系内的图象大致为（　　）．

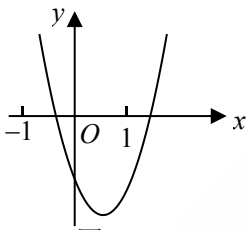
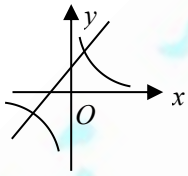
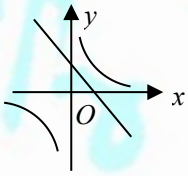


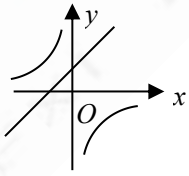
图 1



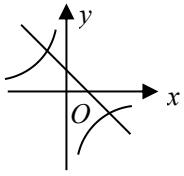
A.



B.



C.



D.

4．抛物线 $y=-x^2+bx+c$ 的部分图象如图 2 所示，若 $y>0$，则 x 的取值范围是（　　）．

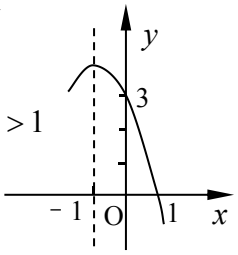


图 2

A. $-4<x<1$　B. $-3<x<1$　C. $x<-4$ 或 $x>1$　D. $x<-3$ 或 $x>1$

5．已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的 y 与 x 的部分对应值如表 1.

表 1

x	…	-1	0	1	3	…
y	…	–3	1	3	1	…

则下列判断中正确的是（　　）．

A．抛物线开口向上

B．抛物线与 y 轴交于负半轴

C．当 $x=4$ 时，$y>0$

D．方程 $ax^2+bx+c=0$ 的正根在 3 与 4 之间

6. 已知点（−1，y_1），（$-3\frac{1}{2}$，y_2），（$\frac{1}{2}$，y_3）在函数 $y=3x^2+6x+12$ 的图象上，则 y_1，y_2，y_3 的大小关系是（　　）．

A. $y_1>y_2>y_3$　　B. $y_2>y_1>y_3$　　C. $y_2>y_3>y_1$　　D. $y_3>y_1>y_2$

7．由于被墨水污染，一道数学题仅见到如下文字：已知二次函数 $y=x^2+bx+c$ 的图象过点（1，0）……求证：这个二次函数的图象关于直线 $x=2$ 对称. 根据现有信息，题中的二次函数图象不具有的性质是（　　）.

A. 过点（3，0）

B. 顶点坐标是（2，-2）

C. 在 x 轴上截得的线段长是 2

D. 与 y 轴的交点是（0，3）

二、填空题（每小题 5 分，共 35 分）

8. 抛物线 $y=5(x+2)^2-3$，当 x_____时，y 随 x 的增大而增大.

9．已知 A，B 是抛物线 $y=x^2-4x+3$ 上位置不同的两点，且关于抛物线的对称轴对称，则点 A，B 的坐标可能是_____.（写出一对即可）

10．如图 3 所示的抛物线是二次函数 $y=ax^2-3x+a^2-1$ 的图象，那么 a 的值是_____.

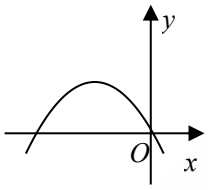


图 3

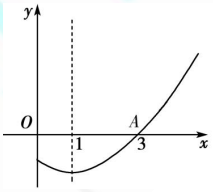


图 4

11. 根据表 2 中的对应值.

表 2

x	3.23	3.24	3.25	3.26
$y=ax^2+bx+c$	−0.06	−0.02	0.03	0.09

判断方程 $ax^2+bx+c=0$（$a\neq 0$，a，b，c 为常数）一个解 x 的范围是_____.

12．如图 4 是二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 图象的一部分，其对称轴为直线 $x=1$，若其与 x 轴一交点为 A（3，0），则由图象可知，不等式 $ax^2+bx+c<0$ 的解集是_____.

15．已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象与 x 轴交于点 $(-2,0)$，$(x_1,0)$，且 $1<x_1<2$，与 y 轴的正半轴的交点在 $(0,2)$ 的下方．下列结论：①$4a-2b+c=0$；②$a<b<0$；③$2a+c>0$；④$2a-b+1>0$．其中正确结论有_____个.

14．已知二次函数的图象经过原点及点 $\left(-\frac{1}{2},-\frac{1}{4}\right)$，且图象与 x 轴的另一交点到原点的距离为 1，则该二次函数对应的函数关系式为_____.

三、解答题（共 50 分）

15.（10 分）已知二次函数图象的顶点是 $(-1,2)$，且过点 $\left(0,\frac{3}{2}\right)$.

（1）求二次函数关系式.

（2）求证：对任意实数 m，点 $M(m,-m^2)$ 都不在这个二次函数的图象上.

16.（12 分）已知抛物线 $y=\frac{1}{2}x^2+x+c$ 与 x 轴有两个不同的交点.

(1)求 c 的取值范围.

(2)抛物线 $y=\frac{1}{2}x^2+x+c$ 与 x 轴两交点的距离为 2，求 c 的值.

（3）若 A（m，y_1），B（m+1，y_2）两点都在该函数的图象上，试比较 y_1 与 y_2 的大小.

17.（14 分）如图 5，在平面直角坐标系中，已知 A，B，C 三点的坐标分别为 A（−2，0），B（6，0），C（0，3）.

（1）求经过 A，B，C 三点的抛物线对应的函数关系式.

（2）过 C 点作 CD 平行于 x 轴交抛物线于点 D，写出 D 点的坐标，求 AD，BC 的交点 E 的坐标.

（3）若抛物线的顶点为 P，连接 PC，PD，判断四边形 $CEDP$ 的形状，并说明理由.

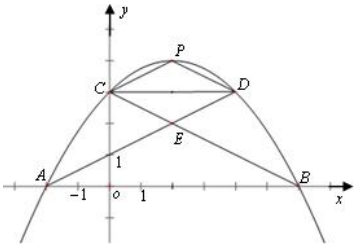


图 5

18.（14 分）设函数 $y=kx^2+(2k+1)x+1$（k 为实数）.

（1）写出其中的两个特殊函数，使它们的图象不全是抛物线，并在同一直角坐标系中，用描点法画出这两个特殊函数的图象.

（2）根据所画图象，猜想出：对任意实数 k，函数的图象都具有的特征，并给予证明.

（3）对任意负实数 k，当 $x<m$ 时，y 随着 x 的增大而增大，试求出 m 的一个值.

参考答案

1. C.　2. A.　3. D.　4. B.　5. D.　6. C.　7. B.

8. ＞-2.　9.答案不唯一，如（1，0），（3，0）.　10. -1.　11.3.24＜x＜3.25.

12.－1＜x＜3.　13.4.　14. $y=x^2+x$ 或 $y=-\frac{1}{3}x^2+\frac{1}{3}x$.

15.（1）$y=-\frac{1}{2}(x+1)^2+2$.（2）提示：假设点 M 在此二次函数的图象上，则 $-m^2=-\frac{1}{2}(m+1)^2+2$，得 $m^2-2m+3=0$，方程根的判别式 $4-12=-8<0$，该方程无解.

16.（1）c＜$\frac{1}{2}$.(2)c=0. 提示：设与 x 轴两交点的横坐标为 x_1,x_2（$x_1>x_2$），∵两交点间的距离为 2，∴ $x_1-x_2=2$，由题意得 $x_1+x_2=-2$，解得 $x_1=0,x_2=-2$.（3）y_1 - y_2 =（$\frac{1}{2}$ m²+m+c）-〔$\frac{1}{2}$（m+1）²+（m+1）+c〕=-（m+$\frac{3}{2}$），故当 m＞-$\frac{3}{2}$ 时．$y_1<y_2$；当 m=-$\frac{3}{2}$ 时．$y_1=y_2$；当 m<-$\frac{3}{2}$ 时．$y_1>y_2$.

17.（1）$y=-\frac{1}{4}x^2+x+3$；(2) $D(4,3)$，点 E 的坐标为 $(2,2)$. 提示：可求得直线 AD 对应的函数关系式为 $y=\frac{1}{2}x+1$，直线 BC 对应的函数关系式为 $y=-\frac{1}{2}x+3$.(3)四边形 $CEDP$ 是菱形. 提示：连接 PE 交 CD 于 F，P 的坐标为 $(2,4)$. 又∵ E $(2,2)$，$C(0,3),D(4,3)$，∴ $PF=EF=1,CF=FD=2$，且 $CD\perp PE$.

18.（1）当 k=1 时，$y=x^2+3x+1$，当 k=0 时，$y=x+1$，图略.（2）对任意实数 k，函数的图象都经过点（-2，-1）和点（0，1）.提示：把 x=－2 代入函数 $y=kx^2+(2k+1)x+1$，得 y=－1；把 x=0 代入函数 $y=kx^2+(2k+1)x+1$，得 y=1.（3）只要写出 m≤-1 的数都可以. 提示：∵当 k 为任意负实数，该函数的图象总是开口向下的抛物线，其对称轴为 $x=-\frac{2k+1}{2k}=-1-\frac{1}{2k}$.在对称轴的左侧，y 随 x 的增大而增大. 由题意得 m≤-1 $-\frac{1}{2k}$.