



第6期“有理数的混合运算”自测题B卷

无锡 陈锋

基础闯关

(时间: 45 分钟, 满分: 100 分)

一、 选择题 (每小题 3 分, 共 18 分)

1. 下列运算有错误的是 ()

- A. $\frac{1}{3} \div (-3) = 3 \times (-3)$ B. $-5 \div \left(-\frac{1}{2}\right) = -5 \times (-2)$
C. $8 - (-2) = 8 + 2$ D. $2 - 7 = (+2) + (-7)$

2. 下列各数中数值相等的是 ()

- A. 3^2 与 2^3 B. -2^3 与 $-(-2)^3$ C. -3^2 与 $(-3)^2$ D. $[-2 \times (-3)]^2$ 与 $2 \times (-3)^2$

3. 下列运算结果为负数的是 ()

- A. $-11 \times (-2)$ B. $0 \times (-1) \times 7$ C. $(-6) - (-4)$ D. $(-7) + 18$

4. 若 -2 减去一个有理数的差是 -5, 则 -2 乘这个有理数的积是 ()

- (A) 10 (B) -10 (C) 6 (D) -6

5. 四个数相加, 和为负, 则其中负加数有 ()

- A. 1 个 B. 3 个 C. 最少 1 个 D. 最多 3 个

6. 下面是按一定规律排列的一列数:

第 1 个数: $\frac{1}{2} - (1 + \frac{-1}{2})$;第 2 个数: $\frac{1}{3} - (1 + \frac{-1}{2}) [1 + \frac{(-1)^2}{3}] [1 + \frac{(-1)^3}{4}]$;第 3 个数: $\frac{1}{4} - (1 + \frac{-1}{2}) [1 + \frac{(-1)^2}{3}] [1 + \frac{(-1)^3}{4}] [1 + \frac{(-1)^4}{5}] [1 + \frac{(-1)^5}{6}]$;

.....

第 n 个数: $\frac{1}{n+1} - [1 + \frac{-1}{2}] [1 + \frac{(-1)^2}{3}] [1 + \frac{(-1)^3}{4}] \cdots [1 + \frac{(-1)^{2n-1}}{2n}]$.

那么, 在第 10 个数、第 11 个数、第 12 个数、第 13 个数中, 最大的数是 ()

- A. 第 10 个数 B. 第 11 个数 C. 第 12 个数 D. 第 13 个数

二、填空题 (每小题 3 分, 共 24 分)

7. 计算: $0 - 8 + 6 = \underline{\hspace{2cm}}$; $-8 \div (-2)^3 = \underline{\hspace{2cm}}$; $-3^2 - 2^3 = \underline{\hspace{2cm}}$ 8. 比 -3 小 2 的数是 9. 图 1 是某计算机的计算程序, 若开始输入 $x = -1$, 则最后输出的结果是 。

图 1



10. 算式 $(-\frac{3}{4}) \div (\quad) = -2$ 中的括号内应填_____

11. 把数 3160000 用科学记数法表示成 3.16×10^n , 则正整数 n 为_____

12. 对于任意有理数 a, b , 规定一种新的运算 $a*b = a^2 + b^2 - a - b + 1$, 则 $(-3)*5 =$ _____.

13. 已知 a, b 两数互为相反数, 则下列各组数 (1) $5 \times a$ 与 $5 \times b$, (2) a^2 与 b^2 , (3) a^5 与 b^5 , (4) $\frac{1}{a}$ 与 $\frac{1}{b}$ 中互为相反数的是_____ (填序号)。

14. 计算: $(-1)^{210} + (-1)^{201} =$ _____ $4^{2010} \times (-0.25)^{2011} =$ _____

$(-2)^{2001} + (-2)^{2002} =$ _____

三、解答题 (58 分)

15. (每小题 3 分, 共 12 分) 计算:

(1) $-4 - 28 - (-29) + (-24)$; (2) $-0.5 - (-3\frac{1}{4}) + 2.75 - (+7\frac{1}{2})$;

(3) $0 - \frac{1}{6} - (-\frac{1}{4}) - (+\frac{1}{3}) - (-\frac{1}{2})$; (4) $4 \times (-3)^2 - 5 \times (-2) + 6$.

16. (每小题 3 分, 共 12 分) 计算:

(1) $-81 \div \frac{1}{3} - \frac{1}{3} \div (-\frac{1}{9})$; (2) $8 \times (-\frac{3}{4}) \times (-4) \times (-2)$;

(3) $(1 - 1\frac{1}{2} - \frac{3}{8} + \frac{7}{12}) \times (-24)$; (4) $-99\frac{17}{18} \times 9$.



17. (每小题 4 分, 共 12 分) 计算:

$$(1) -2^3 - 3 \times (-2)^3 - (-1)^4.$$

$$(2) -1^{100} - (1 - 0.5) \div \frac{1}{3} \times [3 - (-3)^2]$$

$$(3) \left| -\frac{1}{2} \right|^2 - \frac{1}{2^2} + (-1)^{2013} - 1\frac{1}{2} \times \left[0.5 - \frac{2}{3} \right] \div 1\frac{1}{9}.$$

18. (6分) 先阅读第 (1) 小题的计算过程, 再计算第 (2) 小题:

$$(1) \text{ 计算: } -1\frac{5}{6} + (-5\frac{2}{3}) + 24\frac{3}{4} + (-3\frac{1}{2})$$

$$\begin{aligned} \text{解: 原式} &= [(-1) + (-5\frac{2}{3})] + [(-5) + (-\frac{2}{3})] + [24 + \frac{3}{4}] + [(-3) + (-\frac{1}{2})] \\ &= [(-1) + (-5) + 24 + (-3)] + \left[(-\frac{5}{6}) + (-\frac{2}{3}) + \frac{3}{4} + (-\frac{1}{2}) \right] \\ &= 15 + (-\frac{5}{4}) = 13\frac{3}{4}. \end{aligned}$$

$$(2) \text{ 计算 } (-2008) + 4000\frac{3}{4} + (-2007\frac{2}{3}) + (-1\frac{1}{2}).$$

19. (8 分) 观察下面由※组成的图案和算式, 解答问题:

$$1+3=4=\left(\frac{1+3}{2}\right)^2=2^2.$$

$$1+3+5=9=\left(\frac{1+5}{2}\right)^2=3^2$$

$$1+3+5+7=16=\left(\frac{1+7}{2}\right)^2=4^2 \quad \dots\dots$$



图 2

(1) 请猜想 $1+3+5+7+9+\dots+29$ 的结果.

(2) 若 n 表示正整数, 请用含 n 的代数式表示 $1+3+5+7+9+\dots+(2n-1)+(2n+1)$.

(3) 请用上述规律计算: $41+43+45+\dots+77+79$.



20. (8分) 观察与思考

图3是由若干个小圆圈堆成的一个形如正三角形的图案，最上面一层有一个圆圈，以下各层均比上一层多一个圆圈，一共堆了 n 层. 将图3倒置后与原图1拼成图4的形状，这样我们可以算出图3中所有圆圈的个数为 $1+2+3+\cdots+n=\frac{n(n+1)}{2}$.

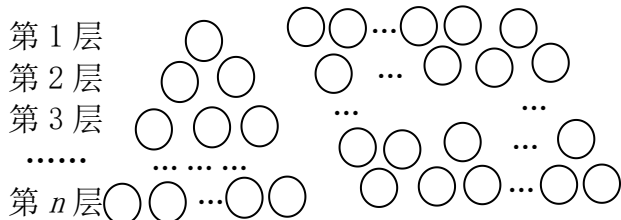


图3

图4

如果图3中的圆圈共有11层，

- (1) 我们自上往下，在每个圆圈中都按图5的方式填上一串连续的正整数1, 2, 3, 4, ..., 则最底层最左边这个圆圈中的数是_____;
- (2) 我们自上往下，在每个圆圈中都按图6的方式填上一串连续的整数-23, -22, -21, ..., 求图6中所有圆圈中各数的绝对值之和.

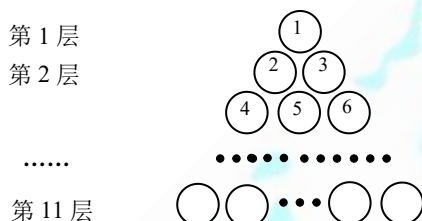


图5

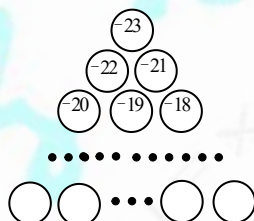


图6

能力挑战 (时间 30 分钟, 满分 30 分)

一、选择题 (每小题 5 分, 共 10 分)

1. 若 x 是有理数，则下列各数中一定是正数的是 ()

- A. $|x|$ B. x^2 C. $(x+1)^2$ D. x^2+1

2. 定义： a 是不为1的有理数，我们把 $\frac{1}{1-a}$ 称为 a 的差倒数. 如：2的差倒数是 $\frac{1}{1-2}=-1$ ，-1的差倒数是 $\frac{1}{1-(-1)}=\frac{1}{2}$. 已知 $a_1=-\frac{1}{3}$ ， a_2 是 a_1 的差倒数， a_3 是 a_2 的差倒数， a_4 是 a_3 的差倒数……以此类推，则 a_{2016} 的值为_____.

- A. $-\frac{1}{3}$ B. $\frac{3}{4}$ C. 4 D. 2016

二、填空题 (每题 5 分, 共 10 分)

3. 四个整数 a, b, c, d 互不相等，且满足条件 $abcd=49$ ，求 $a+b+c+d=$ _____。



4. 观察图 1 图形及图形所对应的等式，探究其中的规律：

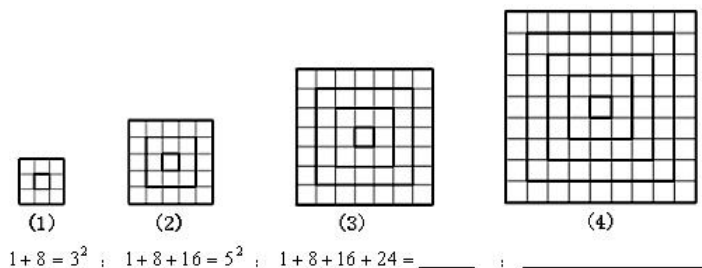


图 1

- (1) 在横线上写出第 3 个图形所对应的算式的结果；
- (2) 在横线上写出第 4 个图形所对应的等式；
- (3) 根据你发现的规律计算 $1+8+16+24+\cdots+8n$ (n 是正整数) 的结果为 (用含 n 的代数式表示) .

三、解答题 (10 分)

5. (1) 小明在一次数学活动中，为了求 $\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\frac{1}{2^4}+\cdots+\frac{1}{2^n}$ 的值，设计了如图 2 所示的图形. 请你利用这个几何图形求 $\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\frac{1}{2^4}+\cdots+\frac{1}{2^n}$ 的值为_____；

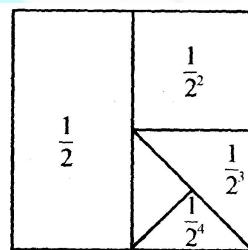


图 2

- (2) 运用第 (1) 题的结论，试求 $\frac{3}{4}+\frac{3}{8}+\frac{3}{16}+\frac{3}{32}+\frac{3}{64}+\frac{3}{128}+\frac{3}{256}+\frac{3}{512}$ 的值.
- (3) 运用第 (1) 题的结论，试求 $\frac{11}{12}+\frac{23}{24}+\frac{47}{48}+\frac{95}{96}+\frac{191}{192}+\frac{383}{384}$ 的值.



第6期“有理数混合运算”自测题B卷详细答案解析:

基础闯关

1. A 本题考查了有理数的减法与除运算基本法则。根据减法法则:减去一个数,等于加上这个数的相反数,故 C,D 正确;除法法则:除以一个数,等于乘以这个数的倒数,故 B 正确,所以选 A。
2. D 本题考查了有理数的乘方运算,首先理清基本定义: $3^2=3 \times 3=9$, $2^3=2 \times 2 \times 2=8$, 其次区分 -3^2 表示 3 的平方的相反数等于 -9 , $(-3)^2$ 表示 -3 的平方等于 9, 所以本题选 D。
3. C 本题考查了有理数的加减乘除运算基本法则,可得 A 结果为正, B 结果为 0, C 结果为负, D 结果为正, 所以选 C。
4. D 本题逆向考查了有理数的减法运算,即 $-2 - (\quad) = -5$, 可得这个有理数为 3, 进而得到答案为 -6 , 选 D。
5. C 本题考查了有理数的加法运算基本法则,从两个数相加拓展为四个数相加,和为负,可得这四个数中至少有一个加数为负, 否则和即为正, 故选 C。
6. A 本题考查了有理数的混合运算及找规律的基本方法: 第 1 个数 $=\frac{1}{2} - \frac{1}{2}$, 第 2 个数 $=\frac{1}{3} - \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{3} - \frac{1}{2}$, 第 3 个数 $=\frac{1}{4} - \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{6}{5} \times \frac{5}{6} = \frac{1}{4} - \frac{1}{2}$, 由此可以发现第 n 个数 $=\frac{1}{n+1} - \frac{1}{2}$, 因此在第 10 个数、第 11 个数、第 12 个数、第 13 个数中, 最大的数是第 10 个数, 故选 A。
7. 本题考查了有理数的加减乘除运算基本法则 $0-8+6=-2$; $-8 \div (-2)^3 = -8 \div (-8) = 1$; $-3^2 - 2^3 = -9 - 8 = -17$.
8. 本题考查了有理数的减法运算, 比 -3 小 2 的数 $= -3 - 2 = -5$
9. 本题通过计算程序考查了有理数的运算, 由程序可得 $-1 - (-3) = -1 + 3 = 2$, $2 \times 4 = 8$ 。
10. 本题逆向考查了有理数的除法运算, 由 $(-\frac{3}{4}) \div (\quad) = -2$ 可得 $(\quad) = (-\frac{3}{4}) \div (-2) = \frac{3}{8}$
11. 本题考查了科学记数法, $3160000 = 3.16 \times 10^6$, 故 $n=6$.
12. 本题以定义新运算的形式考查了有理数的运算, 根据定义可得 $(-3)*5 = (-3)^2 + 5^2 - (-3) - 5 + 1 = 33$.



13. 本题考查了互为相反数的基本概念,由 a, b 两数互为相反数可得 $a+b=0$, 即 $a=-b$, 进而得到 $5a=-5b$, $a^2=b^2$, $a^5=-b^5$, $\frac{1}{a}=-\frac{1}{b}$, 但 $a=b=0$ 时, $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}$ 不存在, 所以填 (1) (3).

14. 本题考查了乘方运算, $(-1)^{210} + (-1)^{201} = 1 + (-1) = 0$,

$$4^{2010} \times (-0.25)^{2011} = 4^{2010} \times (-0.25)^{2010} \times (-0.25) = (-1)^{2010} \times (-0.25) = -0.25$$

$$(-2)^{2001} + (-2)^{2002} = (-2)^{2001} + (-2)^{2001} \times (-2) = (-2)^{2001} \times (1-2) = 2^{2001}$$

15. 计算:

$$(1) -4 - 28 - (-29) + (-24); \quad (2) -0.5 - (-3\frac{1}{4}) + 2.75 - (+7\frac{1}{2})$$

$$\begin{aligned} &= -4 - 28 + 29 - 24 \\ &= -27 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= -\frac{1}{2} + 3\frac{1}{4} + 2\frac{3}{4} - 7\frac{1}{2} \\ &= -8 + 6 \\ &= -2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) \quad &0 - \frac{1}{6} - \left(-\frac{1}{4}\right) - \left(+\frac{1}{3}\right) - \left(-\frac{1}{2}\right) \\ &= 0 - \frac{1}{6} + \frac{1}{4} - \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \\ &= \frac{1}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (4) \quad &4 \times (-3)^2 - 5 \times (-2) + 6; \\ &= 4 \times 9 + 10 + 6 \\ &= 52 \end{aligned}$$

$$16. (1) \quad -81 \div \frac{1}{3} - \frac{1}{3} \div \left(-\frac{1}{9}\right)$$

$$\begin{aligned} &= -81 \times 3 - \frac{1}{3} \times (-9) \\ &= -243 + 3 \end{aligned}$$

$$= -240$$

$$(2) \quad 8 \times \left(-\frac{3}{4}\right) \times (-4) \times (-2)$$

$$\begin{aligned} &= -8 \times \frac{3}{4} \times 4 \times 2 \\ &= -48 \end{aligned}$$

$$(3) \quad \left(1 - 1\frac{1}{2} - \frac{3}{8} + \frac{7}{12}\right) \times (-24)$$

$$(4) \quad -99\frac{17}{18} \times 9$$



$$\begin{aligned}
 &= -24 + \frac{3}{2} \times 24 + \frac{3}{8} \times 24 - \frac{7}{12} \times 24 \\
 &= -24 + 36 + 9 - 14 \\
 &= 7
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= (-100 + \frac{1}{18}) \times 9 \\
 &= -100 \times 9 + \frac{1}{18} \times 9 \\
 &= -900 + \frac{1}{2} \\
 &= -899\frac{1}{2}
 \end{aligned}$$

点评：第（4）小题先将一个数拆分成两部分的和，再借助于乘法分配律计算。

17. 计算：

$$\begin{aligned}
 (1) \quad &-2^3 - 3 \times (-2)^3 - (-1)^4 \\
 &= -8 - 3 \times (-8) - 1 \\
 &= -8 + 24 - 1 \\
 &= 15
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad &-1^{100} - (1 - 0.5) \div \frac{1}{3} \times [3 - (-3)^2] \\
 &= -1 - \frac{1}{2} \times 3 \times (3 - 9) \\
 &= -1 + 9 \\
 &= 8
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (3) \quad &\left| -\frac{1}{2} \right|^2 - \frac{1}{2^2} + (-1)^{2013} - 1\frac{1}{2} \times \left[0.5 - \frac{2}{3} \right] \div 1\frac{1}{9} \\
 &= \left(\frac{1}{2} \right)^2 - \frac{1}{4} + (-1) - \frac{3}{2} \times \left[\frac{1}{2} - \frac{2}{3} \right] \times \frac{9}{10} = \frac{1}{4} - \frac{1}{4} + (-1) - \frac{27}{20} \times \left[-\frac{1}{6} \right] \\
 &= -1 + \frac{9}{40} \\
 &= -\frac{31}{40}
 \end{aligned}$$

18. 阅读第（1）小题的计算过程可得它是先把一个有理数分为整数与分数两部分，再分开计

算，模仿可得

$$(-2008) + 4000\frac{3}{4} + (-2007\frac{2}{3}) + (-1\frac{1}{2})$$

$$= (-2008) + (4000 + \frac{3}{4}) + [(-2007) + (-\frac{2}{3})] + [(-1) + (-\frac{1}{2})]$$

$$= [(-2008) + 4000 + (-2007) + (-1)] + \left[\frac{3}{4} + (-\frac{2}{3}) + (-\frac{1}{2}) \right]$$

$$= -16 + (-\frac{5}{12}) = -16\frac{5}{12}$$

19. (1) $1+3+5+7+9+\dots+29$



$$= \left(\frac{1+29}{2} \right)^2 = 15^2 = 225$$

(2) $1+3+5+7+9+\dots+(2n-1)+(2n+1)$.

$$= \left[\frac{1+(2n+1)}{2} \right]^2 = (n+1)^2$$

(3) 请用上述规律计算: $41+43+45+\dots+77+79$.

$$\begin{aligned} &= (1+3+5+7+9+\dots+39+41+43+45+\dots+77+79) - (1+3+5+7+9+\dots+39) \\ &= \left(\frac{1+79}{2} \right)^2 - \left(\frac{1+39}{2} \right)^2 \\ &= 40^2 - 20^2 \\ &= 1200 \end{aligned}$$

20. (1) $1+2+3+\dots+10 = \frac{10 \times 11}{2} = 55$, 所以最底层最左边这个圆圈中的数是 56

(2) 圆圈中整数的个数有 $1+2+3+\dots+11 = \frac{11 \times 12}{2} = 66$ (个),

其中负数有 23 个, 1 个 0, 还有 42 个正数,

所以各数绝对值的和 $= \frac{23 \times 24}{2} + \frac{42 \times 43}{2} = 1179$.

能力挑战

1.D 本题考查了绝对值与平方的非负性, 可得 $|x| \geq 0$, $x^2 \geq 0$, $(x+1)^2 \geq 0$, 只有 $x^2+1 > 0$, 故选 D.

2.C 本题考查了对新定义的理解及找规律的基本方法, 根据定义可得 $a_1 = -\frac{1}{3}$,

$a_2 = \frac{1}{1 - \left(-\frac{1}{3}\right)} = \frac{3}{4}$, $a_3 = \frac{1}{1 - \left(\frac{3}{4}\right)} = 4$, $a_4 = \frac{1}{1 - 4} = -\frac{1}{3}$, 由此发现 3 个数即为一个循环周期, $2016 \div 3 = 672$, 以此类推可得 $a_{2016} = a_3 = 4$. 故选 C.

3. 本题考查了逆向的乘法运算, 由四个整数 a,b,c,d 互不相等, 且满足条件 $abcd=49$ 可得 $49=1 \times (-1) \times 7 \times (-7)$, 从而求得 $a+b+c+d=0$.

4. (1) 7^2 ;

(2) $1+8+16+24+32=9^2$;

(3) $(2n+1)^2$.



5. (1) $1 - \frac{1}{2^n}$

(2) 解: 原式 $= 3 \times (\frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} + \frac{1}{128} + \frac{1}{256} + \frac{1}{512})$
 $= 3 \times (\frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \cdots + \frac{1}{2^9})$
 $= 3 \times (1 - \frac{1}{2^9} - \frac{1}{2})$
 $= 3 \times (\frac{1}{2} - \frac{1}{2^9})$
 $= \frac{3}{2} - \frac{3}{2^9}$

(3) 解: 原式 $= 1 - \frac{1}{12} + 1 - \frac{1}{24} + 1 - \frac{1}{48} + 1 - \frac{1}{96} + 1 - \frac{1}{192} + 1 - \frac{1}{384}$
 $= 6 - (\frac{1}{12} + \frac{1}{24} + \frac{1}{48} + \frac{1}{96} + \frac{1}{192} + \frac{1}{384})$
 $= 6 - \frac{1}{3} \times (\frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \cdots + \frac{1}{384})$
 $= 6 - \frac{1}{3} \times (\frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \cdots + \frac{1}{2^7})$
 $= 6 - \frac{1}{3} \times [(1 - \frac{1}{2^7}) - \frac{1}{2}]$
 $= 6 - \frac{1}{3} \times (\frac{1}{2} - \frac{1}{2^7})$
 $= 6 - \frac{1}{6} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{2^7}$
 $= 5\frac{5}{6} + \frac{1}{384}$